

## Esempio di calcolo su rafforzamento locale di edifici in muratura con tiranti

Il documento rappresenta una revisione dell'esempio di calcolo  
pubblicato il 19 Ottobre 2009 e contiene le correzioni di alcuni refusi di  
cui è pervenuta segnalazione: le modifiche rispetto al precedente  
testo sono evidenziate in rosso

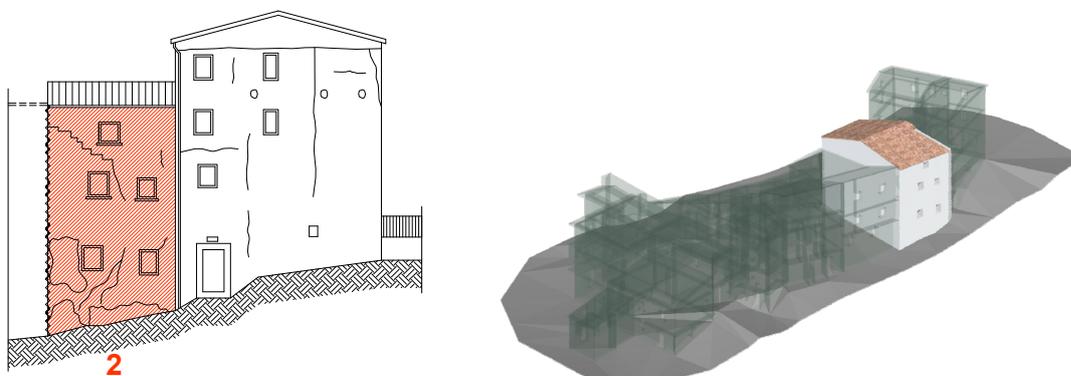
Versione aggiornata a Luglio 2010

a cura di

**M. Munari, G. Bettiol, F. da Porto, L. Milano, C. Modena**

### Introduzione

L'intervento di seguito proposto per il progetto di rafforzamento locale di un edificio in muratura mediante introduzione di tiranti, nel caso in cui si attivi il meccanismo di ribaltamento fuori piano, fa riferimento agli ultimi due livelli di una parete di un edificio sito in centro storico, la cui geometria è di seguito riportata (Fig. 1):



**Figura 1**

Il procedimento segue il metodo di analisi dei meccanismi locali di collasso valido per gli edifici esistenti in muratura, e le corrispondenti formule utilizzate sono in accordo alla vigente normativa (Decreto Ministeriale 14 gennaio 2008, "Norme Tecniche per le Costruzioni", e relativa Circolare del Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti n. 617 del 2/2/09 "Istruzioni per l'applicazione delle «Norme Tecniche per le Costruzioni» di cui al D.M. 14/01/2008").

Si ipotizza che, sulla base della pericolosità sismica del sito in cui sorge l'edificio, ed in riferimento ad un periodo di ritorno dell'azione sismica  $T_R = 475$  anni per le verifiche nei confronti dello Stato Limite di salvaguardia della Vita SLV (vedasi cap. 3.2 D.M. 14.01.08 e C3.2 della Circolare n. 617 del 2/2/09), i parametri che definiscono le forme spettrali sono:

<b>STATO LIMITE DI RIFERIMENTO</b>	<b>SLV</b>	
Accelerazione orizzontale massima al sito		0,251
Valore massimo del fattore di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale		2,365
Periodo di inizio del tratto a velocità costante dello spettro in accelerazione orizzontale		0,334 s
Vita nominale		50
Classe d'uso (valore del coefficiente d'uso)		1
Periodo di riferimento dell'azione sismica		50
Probabilità di superamento		0,10
Tempo di ritorno dell'azione sismica		475
Categoria di sottosuolo	A	
Coefficienti di amplificazione stratigrafica		1,0
		1,0
Coefficiente di amplificazione topografica		1,2
Coefficiente per categoria di sottosuolo e delle condizioni topografiche		1,2
Periodo corrispondente all'inizio del tratto a velocità costante dello spettro		0,334 s
Periodo corrispondente all'inizio del tratto dello spettro ad accelerazione costante		0,111 s
Periodo corrispondente all'inizio del tratto a spostamento costante dello spettro		2,602 s

## **Caratteristiche geometriche e dei materiali**

Definizione dei parametri geometrici:

spessore della parete i-esima

altezza della parete i-esima

## Analisi dei carichi

Le azioni di calcolo, in riferimento ai carichi permanenti e accidentali ipotizzati, vengono valutate secondo le Norme Tecniche per le Costruzioni (D.M. 14.01.08).

Le verifiche allo stato limite in considerazione, devono essere effettuate per la combinazione dell'azione sismica con le altre azioni fornita dall'eq. 3.2.16 del D.M. 14.01.08:

$$1 \quad 2 \quad 2 \quad \cdot$$

I valori dei coefficienti di combinazione sono riportati nella tabella 2.5.I del D.M. 14.01.08, e nel presente caso valgono  $\psi = 0,3$  per categoria A – ambienti ad uso residenziale;  $\psi = 0,2$  per neve a quota  $> 1000\text{m s.l.m.}$ .

Gli effetti dell'azione sismica saranno valutati tenendo conto delle masse associate ai seguenti carichi gravitazionali: (eq. 3.2.17 D.M. 14.01.08):

$$1 \quad 2 \quad 2 \quad \cdot$$

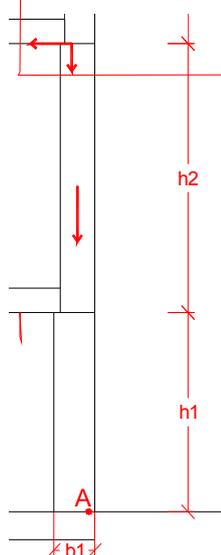
In relazione all'edificio allo studio, i dati dimensionali della parete analizzata ed i relativi carichi risultano pari a quelli riportati nella tabella seguente, in riferimento alla geometria del cinematismo in considerazione, riportata in Figura 2 (nel caso in esame  $\psi = \psi = 0 \text{ kN}$ ):

DATI DELLE PARETI					
N =	3	b <sub>1</sub> =	0,45 m	b <sub>2</sub> =	0,45 m
Z =	3,3 m	h <sub>1</sub> =	2,6 m	h <sub>2</sub> =	2,4 m
h <sub>tot</sub> =	8,3 m	N <sub>1</sub> =	75,58 kN	N	

## Calcolo del cinematismo

Il sistema oggetto di studio è composto da un blocco monolitico, che comprende in altezza gli ultimi due livelli di una parete. La scelta di questa porzione di facciata è legata alle condizioni di vincolo presenti nel manufatto che portano a ritenere maggiormente probabile un eventuale ribaltamento fuori piano degli ultimi due livelli.

La parete si considera investita dall'azione sismica con direzione ortogonale al proprio piano: essa è quindi soggetta ad un sistema di forze verticali ed orizzontali, comprendente i pesi e le forze orizzontali instabilizzanti ad essi proporzionali. La rotazione monolitica della parete avviene attorno alla cerniera A (Figura 3), arretrata rispetto al filo esterno del muro in seguito a parzializzazione della sezione e concentrazione degli sforzi. La cerniera cilindrica attorno a cui ruota la parete si forma quindi lungo una linea più interna rispetto allo spigolo della parete.



**Figura 3**

La muratura è considerata completamente non reagente a trazione e si ipotizza una distribuzione lineare delle tensioni di compressione, il polo di rotazione è assunto nel baricentro delle tensioni di compressione. L'arretramento rispetto allo spigolo è quindi:

con:  $G$  peso totale della parete e di tutti i carichi gravanti su di essa

$f_r = 0.96 \text{ MPa}$  resistenza a compressione della muratura

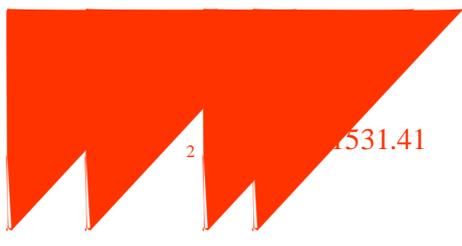
$l = 6.8 \text{ m}$  lunghezza della parete

La parete muraria sarà soggetta all'azione di un momento ribaltante (dato dalla somma dell'azione sismica relativa al peso e al carico a livello degli impalcati) che tenderà a farla ruotare attorno alla cerniera cilindrica che si forma alla base. Questa azione è contrastata dall'azione di un momento stabilizzante di segno opposto generato dalla forza peso della parete stessa e dei carichi che su di essa gravano. Imponendo le condizioni d'equilibrio si ottiene il valore del moltiplicatore dei carichi  $\lambda$  che attiva il meccanismo considerato:

$$\lambda \left( \frac{1}{2} \right) + \lambda \left( 1 \right) + \lambda \left( \frac{2}{2} \right) + \lambda \left( 2 \right) = 531.41$$

$$\lambda \left( \frac{1}{2} + 1 + 1 + 2 \right) = 531.41$$

$$\lambda \cdot 4.5 = 531.41$$

$$\lambda = 0.066$$


Considerando un atto di rotazione virtuale della parete attorno alla cerniera A, considerando lo spostamento virtuale orizzontale del punto di applicazione del carico  $N_2$  (posto all'altezza  $= h_1 + h_2 = 5.0$  m rispetto alla base della parete) come punto di spostamento di controllo unitario si possono ricavare le espressioni degli spostamenti virtuali orizzontali  $\delta_{x,i}$  dei punti di applicazione degli i-esimi carichi:

$$\delta_{x,2} = 1 \cdot \delta_{x,1} + \delta_{x,2} = \frac{1}{1+2} = 0.33, \quad \delta_{x,2} = 1 \cdot \frac{2}{2} + \frac{1-2/2}{1+2} = 0.76,$$

$$\delta_{x,1} = 1 \cdot \frac{1}{1+2} = 0.33, \quad \delta_{x,1} = \frac{1}{2} + \frac{1/2}{1+2} = 0.26:$$

La massa partecipante al cinematisimo è quindi data da (eq. C8A.4.3, Circ. n.617 del 2/2/09):

## Verifica dello SLV con analisi "lineare"

Ricordando che:

$T_1 = 0.05 \cdot 8.3^{0.75} = 0.24$	è il primo periodo di vibrazione dell'intera struttura nella direzione considerata (eq.7.3.5 D.M. 14.01.08),
$q = 2$	fattore di struttura,
$Z = 3.3 \text{ m}$	altezza, rispetto alla fondazione dell'edificio, del baricentro delle linee di vincolo tra i blocchi,
$H = 8.3 \text{ m}$	altezza della struttura rispetto alla fondazione,
$N = 3$	è il numero di piani dell'edificio,
$(Z) = Z/H$	(in assenza di valutazioni più accurate), è il primo modo di vibrare nella direzione considerata,
$\gamma = 3N / (2N+1)$	(in assenza di valutazioni più accurate), è il corrispondente coefficiente di partecipazione modale;

affinché il cinematico multi verificato è necessario controllare che l'accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo verifichi entrambe le disuguaglianze (eq. C8A.4.9 e C8A.4.10 della Circol. n.617 2/2/09):

$$\frac{a_0^*}{a_0} = \frac{2.46}{2.0} \cdot \frac{1.2}{2} = 1.474 \quad (\text{per elemento isolato o porzione sostanzialmente appoggiata a terra e per porzioni in quota}),$$

$$\frac{a_0^*}{a_0} = \frac{0.24}{2.0} \cdot \frac{3.3}{8.3} \cdot \frac{9}{7} = 1.782 \quad (\text{per porzione della costruzione posta ad una certa quota}).$$

In tal caso, le disuguaglianze ( $\frac{a_0^*}{a_0} = 0.584 \cdot \frac{1.474}{2}$ ;  $\frac{a_0^*}{a_0} = 0.584 \cdot \frac{1.782}{2}$ ) sono entrambe non verificate.

La porzione di edificio considerata **non è verificata** in relazione al cinematico implementato: la capacità del sistema analizzato è circa il 33% della domanda richiesta dalla normativa.

## Verifica dello SLV con analisi “non lineare”

Aumentando l'angolo di rotazione, si ha una diminuzione del braccio delle forze verticali rispetto alla cerniera cilindrica (per alcuni valori di  $\theta$ , il punto di applicazione di alcune forze esce dal filo della parete su cui si trova il polo di rotazione e, in questi casi, il momento generato da tali forze, che diventano instabilizzanti, sarà negativo, contribuendo alla diminuzione del momento resistente) e un aumento del braccio delle forze orizzontali: ne consegue una diminuzione del momento stabilizzante, che in una certa configurazione arriva ad annullarsi, e un aumento del momento ribaltante. A questo corrisponde, per quanto detto, una diminuzione del coefficiente  $\mu$ , che si annullerà in quella configurazione in cui è nullo il momento resistente.

È possibile determinare l'angolo  $\theta$  (cui corrisponde lo spostamento  $\Delta$  del punto di controllo considerato) che caratterizza la configurazione per cui si ha l'annullamento del moltiplicatore e quindi del momento stabilizzante  $M_{st}$ , in via semplificata, mantenendo costanti all'evolversi del cinematismo le diverse azioni presenti: la configurazione cercata può essere ottenuta esprimendo la geometria in una generica configurazione  $\theta$  della rotazione finita  $\theta$ , calcolando l'espressione per il momento resistente ( $M_{res}$ )

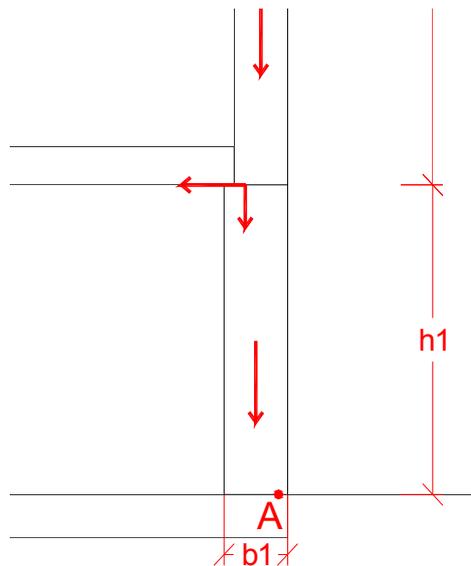
$\cos$

$\cos$



dove:  $r$  è il raggio che unisce il polo A al punto di applicazione della forza

$\theta$  è l'angolo che il raggio forma con l'orizzontale



**Figura 4**

e ricavando da tale equazione l'incognita  $\theta$  3.8°.

Determinata la rotazione finita  $\theta_0$  si può ricavare il corrispondente spostamento  $u_0$ . Come punto di controllo è assunto il baricentro delle forze verticali, la cui altezza rispetto al polo di rotazione è:



Lo spostamento  $u_0$  del punto di controllo che si ha in corrispondenza dell'annullamento di ogni capacità del sistema di sopportare azioni orizzontali è quindi:

$$u_0 = \sin \theta_0 = 0.20$$

Avendo seguito passo-passo le successive configurazioni variate del sistema in esame, è nota con precisione la variazione del coefficiente di collasso  $\lambda$  al variare di  $\theta_0$ ; è di conseguenza noto anche il legame tra  $\lambda$  e lo spostamento generalizzato  $u_0$  del punto di controllo della struttura ed è quindi possibile definire la curva ad esso relativa. A questo punto deve essere definita la curva di capacità del corrispondente oscillatore semplice.

Lo spostamento spettrale  $d_0^*$  (eq. C8A.4.5, Circ. n.617 del 2/2/09) dell'oscillatore equivalente a 1 g.d.l può essere ottenuto da:

$$d_0^* = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2}{\lambda^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2}{(0.20)^2}}} = 0.24$$

essendo  $x_{k,0}$  lo spostamento virtuale orizzontale del punto assunto come riferimento per la determinazione di  $d_{k,0}$ , e quindi, nel caso in analisi, del baricentro delle forze verticali.

Risulta così nota la curva di capacità del sistema in esame. Lo spostamento spettrale per la verifica allo stato limite ultimo è definito dalla normativa a partire dallo spostamento spettrale

$$d_0^* \text{ che si ha in corrispondenza dello spostamento } u_0 \text{ (§ C8A.4.2.3, Circ. n.617 del 2/2/09)}$$

Secondo la normativa (§ C8A.4.2.2, Circ. n.617 del 2/2/09) il valore dallo spostamento

Date le condizioni del caso in esame il valore più significativo si ritiene pari a:

$$0.4 \cdot 0.098$$

La domanda di spostamento viene valutata sullo spettro in corrispondenza del periodo secante (§. C8A.4.2.3 della Circ. n.617 2/2/09):

$$0.40 \cdot 0.04, \quad 1 - \frac{0.49}{2} \cdot 2 \sqrt{\frac{1.77}{0.04}}$$

Ricordando che, il periodo di vibrare della struttura può essere stimato pari a (eq. 7.3.5 D.M. 14.01.08):

$$T_1 = 0.05 \cdot 8.3^{0.75} = 0.24$$

La verifica di sicurezza viene svolta mediante spettro di capacità, che risulterà soddisfatta se la capacità di spostamento ultimo del meccanismo locale e la domanda di spostamento ( ) soddisfano la relazione e, quindi, se lo spostamento richiesto alla struttura in presenza di evento sismico risulta minore dello spostamento ultimo per collasso del meccanismo. Si ha (eq. C8A.4.11 e C8A.4.12, Circ. n.617 del 2/2/09):

$$C_{1,1} \geq \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{0.02}{1}}}$$

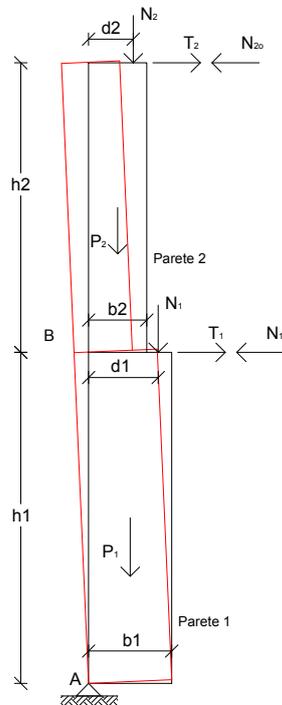
$$0.098 \cdot \max(1.77, 0.104) \geq 0.24 \cdot \frac{3.3}{8.3} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{1} \cdot \frac{1.77 / 0.24}{\sqrt{1 - \frac{0.02 \cdot 1.77}{0.24}}}$$

per cui la porzione di edificio anche per l'analisi "non lineare" **non è verificata** in relazione al cinematiso implementato: la capacità di spostamento del sistema analizzato è circa il 93% della domanda di spostamento richiesta dalla normativa.

## Calcolo del tirante

L'analisi dei risultati emersi dal calcolo, svolto considerando gli adeguati coefficienti riduttivi della capacità in relazione al livello di conoscenza, indica una condizione complessiva carente relativamente al rischio sismico per la struttura analizzata.

Al fine di inibire il meccanismo evidenziato ipotizziamo l'inserimento di una coppia di tiranti a livello degli impalcati (Figura 5). Gli sforzi nei tiranti ( $T_1$  per la parete 1,  $T_2$  per la parete 2) appaiono oltre un certo valore di  $\sigma_0$  per impedire la doppia possibilità di ribaltamento della parete 2 attorno allo spigolo B o dell'insieme delle due attorno allo spigolo A. Gli sforzi di trazione sui tiranti si calcolano quindi con l'equilibrio alla rotazione, attorno alla cerniera B (per determinare  $T_2$ ) e alla cerniera A (per determinare  $T_1$ ).



**Figura 5**

La posizione delle cerniere A e B è individuata dal punto in cui termina la sezione reagente, la cui ampiezza (distanza  $t_1$  e  $t_2$ ) si può determinare limitando la massima tensione al lembo più compresso al valore  $\sigma_r = 0.96$  MPa:

$$t_2 = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3 \cdot 0.96 \cdot 6.8}} = 2.7 \quad t_1 = \frac{2}{3} = 5.1$$



Imponendo:

$$\frac{0.10}{\max} \leq \frac{1.782}{2} \leq \frac{3}{1}$$

si ha

$$\frac{1.782 \cdot 0.82 \cdot 1.35}{9.81} \leq 0.20$$

Ne risultano individuati i valori (complessivi) degli sforzi nei tiranti:

$$T_2 = 11.21 \quad T_1 = 54.98$$

Tali valori andrebbero, per coerenza, proporzionati con riferimento alla tensione limite, ma a favore di sicurezza conviene mantenere lo stato tensionale al di sotto dello snervamento per garantire il contatto tra la parete esterna e quelle di controvento evitando ogni possibilità di plasticizzazione dei tiranti.

Considerando, ad esempio, 4 tiranti  $\varnothing 18$  mm in acciaio AISI 304 (tensione di snervamento  $f_y = 240$  MPa, coeff. parziale di sicurezza per l'acciaio  $\gamma_s = 1$  in caso sismico), due a livello del primo orizzontamento e due a livello della copertura, ogni tirante è in grado. È necessario eseguire tre verifiche:

1. meccanismo di rottura relativo allo snervamento dei tiranti ( $T_1$ );
2. meccanismo di rottura relativo al punzonamento della muratura nelle zone di ancoraggio ( $T_2$ );
3. meccanismo di rottura relativo alla resistenza del muro nei confronti della penetrazione dell'ancoraggio, dovuta ad eccesso di pressione di contatto ( $T_3$ ).

Per l'analisi è ragionevole scegliere il minimo valore ottenuto.

$$T_1 = \frac{9^2 \cdot 240}{10^3} = 61,0$$

$$T_2 = 2 \left( \quad \right) = 27,9$$

$$T_3 = 86,4$$

dove:

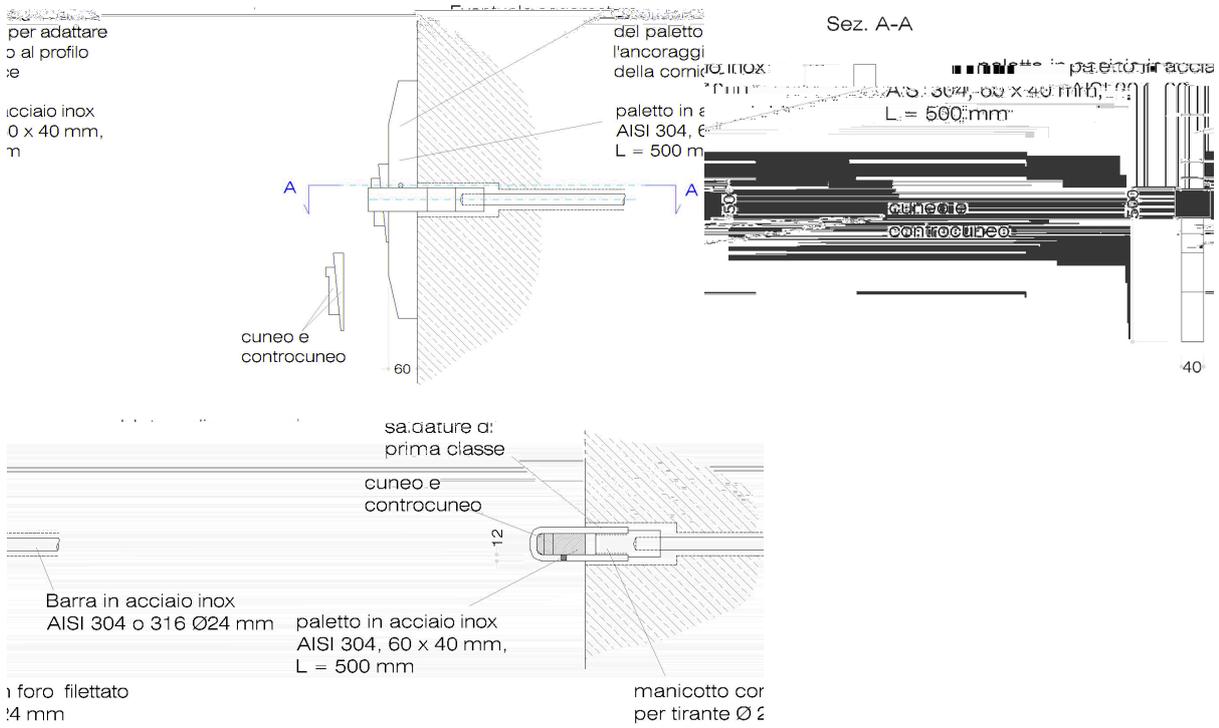
- è la tensione di snervamento dei tiranti, nel caso in esame assunta pari a 240 MPa
- è l'area della sezione di diametro  $\varnothing 18$ , pari a  $2 \text{ cm}^2$
- è l'altezza delle piastre di ancoraggio dei tiranti, pari a 0,3 m
- è la larghezza delle piastre di ancoraggio, pari a 0,3 m
- è lo spessore delle piastre su cui sono ancorati i tiranti, pari a 0,45 m
- $f_{cr}$  è la resistenza a compressione di calcolo  $f_{cr} = f_{cm}/\gamma_c = 260 \text{ N/cm}^2 / 1,35/2 = 96 \text{ N/cm}^2$
- $f_{vd}$  è la resistenza a taglio della muratura come  $f_{vd} = \tau_0/f_{ctd} = 5,6 \text{ N/cm}^2 / 1,35/2 = 2,07 \text{ N/cm}^2$ , o la tensione di compressione lungo le facce di scorrimento, di entità molto esigua in esame.

Dai risultati ottenuti il minimo è pari a  $T = 27,9 \text{ kN}$ . Saranno quindi necessari 2 tiranti (per piano) per un  $T_{\text{totale}} = 55,80 \text{ kN}$ , superiore tiro necessario (54,98 kN)

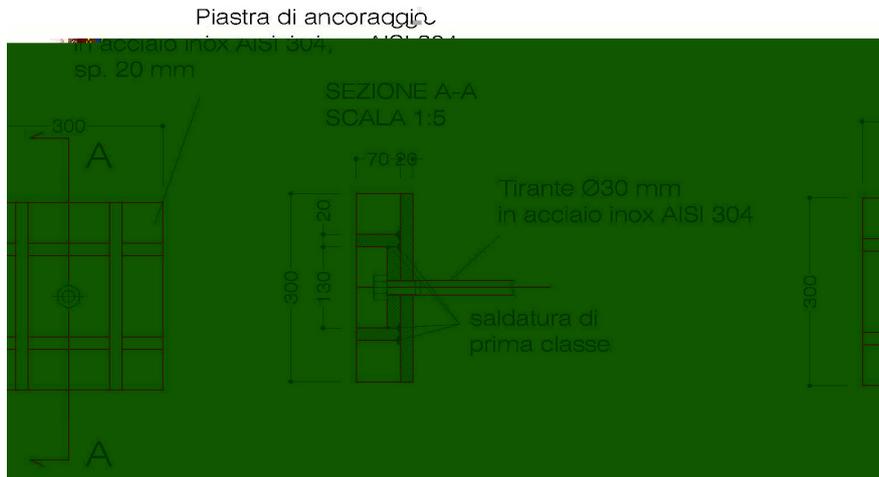
Da precisare che nel caso in cui per il calcolo si sia fatto riferimento ad una porzione di parete unitaria sarà necessario moltiplicare il valore per l'area di riferimento della singola catena.

**Particolari costruttivi**

**Particolare tipo: capochiave a paletto di ancoraggio barre  $\varnothing 24$  mm**



**Particolare tipo: piastra rettangolare ad incasso di ancoraggio barre  $\varnothing 30$  mm**



Nota: dettagli esecutivi tipo per interventi di incatenamento descritti al § 3.2.1.1 delle "Linee guida per la riparazione e il rafforzamento di elementi strutturali, tamponature e partizioni".